

## 第 8 章 力とエネルギー

### ～ 加速度のある力と加速度ゼロの力 ～

---

互いに逆向きの力が存在するとき、そこには平衡が保たれ、仕事はなされない。このときエネルギーの変化（消費）もないというのが、現代物理学の考え方である。このような現象の例は、同じ力で引き合う綱引き、おもりを手で支えること、机に置かれたおもりなど多くの現象が存在する。

おもりを手で持って支えれば、その人の腕の筋肉は疲労し、何もしていないときより多くのエネルギーが必要であるかのように思える。物理学者の解釈によれば、このときエネルギーが必要と思われるのは、筋肉の生物学的な構造によるものであるとされ、筋肉の種類によっては支えることにエネルギーを消費しないものもあるという。

ただ、このような簡単な説明で片付けてよいものだろうか。まずは、力に関する現象を考察し、問題点を明らかにしておこう。

#### 8.1 力に関する現象の考察

机の上に置かれた物体に糸などをつけて引っ張るとき、一般に物体と机の間には摩擦（抵抗）があって、ある程度の力を加えなければ物体を動かすことはできない。この摩擦の種類には、様々な形態があって、空気の抵抗などの小さいものから、鉄骨の破壊強度などの大きな力が必要なものもある。

抵抗が小さいとき、小さな力を加えれば物体を動かすことができるが、抵抗が大きいとき、大きな力を加えなければ物体を動かすことができない。物体が動き出す瞬間とそれ以前では、観測者にとっては劇的な変化が観測される。物理学者の見解によれば、仕事がゼロからゼロではなくなったことになるからである。

現代の物理学では、物体が動き出す前になされた仕事はゼロであると結論されている。仕事ということの別表現はエネルギーであるから、加えられたエネルギーもゼロであると結論しなければならない。加えられたエネルギーがゼロであるとすれば、何も力を加えていないときと同じであるということになる。物体を押しているときと押していないときは、明らかに物理的状态は同じではない。しかしながら、その数理的表現は同じであるということになる。このようなことは、現象を数理的に正しく表現できていないと考えられる。

実際、力を加えられた物体とそうでない物体が同じでないことは明らかであろう。鉄の棒に力を加えれば、ある程度の力により棒は曲がりだすが、その変化は突然起こるのではなく、小さい力ではほとんど観測されない程度に、棒は歪み、発熱するであろう。棒が歪んだり、発熱したとすれば、誰もがエネルギーが必要であったと言うだろう。それなのに現代物理学においてさえ、棒が曲がりだすまではエネルギーは必要ないと主張するのである。

加えられる効果と観測される現象が簡単な比例関係にないということは、物理学においては、それほどめずらしいことではない。

-20 の氷を10 加熱してもほとんど変化は見られないが、更に10 加熱すると劇的な変化が観測される。このような現象は、物体の摩擦現象と類似している。これらの現象はまったく異なる現象のように感じられるが、氷が融けることと棒が曲がりだすことは、棒が部分的に融けたから曲がりだすと考えれば、本質的に同じ原因によるものと考えることができる。どちらの場合でも、劇的な変化がみられる前に行ったことは何等仕事をしていないように見えるけれども、実際には必要なことであったことがわかる。

## 8.2 力とは何か

力とは何か。ニュートンの運動の第二法則を知っている者ならば、力とは質量と加速度の積であると答えるだろう。すなわち、

$$F = ma \quad (8.1)$$

であると、一方、さらに知識のある者であれば、力は質量×加速度とだけ定義されているわけではない、万有引力の法則やクーロンの法則などでも力は定義されていると答えるだろう。すなわち、力は質量と加速度の積であるということは厳密には正しくなく、正しくは力は質量と加速度の積として表わすことができるということである。言いたいことは、力という概念と質量と加速度の積は直接関係ないもので、ただ、そのようにすれば、量的に測ることができるというだけのことである。

ニュートンの運動の第二法則は、次のようにも表現される。

$$F = \frac{dP}{dt} \quad (8.2)$$

ただし、 $P$ は運動量で、 $P = mv$ である

この式の右辺は、運動量の時間変化ということであるから、力というのは運動量を時間的に変化させる効果であるということが、力の示す一つの特徴である。

### 8.3 力と加速度

古典的な力学に関することなら、ニュートンの運動の法則ですべてが説明できると言われている。これらの法則は、長い間支持されてきており、相対論的な領域以外では厳密に正しいと考えられている。しかしながら、これらの法則では古典力学的な現象のすべてを表現できないと考えられる。 $F = ma$  で定義された力は、質量×加速度に等しいことを示すものであるが、対象とする物体が静止している場合、その加速度は明らかにゼロであり、力は存在していないと結論せねばならない。例えば、地球上にある机の上におもりが静

止している場合、おもりには重力が働き、机を押す、机は反作用の力によって、おもりを押し返すとされる。この場合の机を押す力や、反作用の力は、古典力学的な力であり、ニュートンの運動の法則にしたがうと考えねばならない。この机を押す力がニュートンの運動の第二法則にしたがうとするならば、その力は  $F = ma$  と置くことができる。

ニュートンの運動の第二法則にしたがって、おもりが机を押す力を知りたいものとする。ニュートンの運動の第二法則によれば、力が存在しているとき、そこに加速度がなければならない。適当な座標系を用いておもりの位置を時間の関数として測定することにすれば、おもりは"静止"しているのであるから、時間に対するおもりの位置の変化はないことが観測される。したがって、おもりの加速度はゼロである。ここで、おもりの力による加速度は小さく、机からの反作用の力による加速度と何か振動的に打ち消しあっているのではないか、といったような解釈を持ち出すことはできない。われわれの思考過程はニュートンの運動の第二法則から得られる結論を導きだすことにあり、このような解釈は明らかにニュートンの運動の第二法則からは得られない。

結果として、おもりの加速度はゼロであるから、おもりには何の力も働いていないという結論がニュートンの運動の第二法則を用いて得られるのである。このようなことは明らかに観測事実に反する。したがって、ニュートンの運動の法則では、すべての古典的な力学の力を表現できるものではないと結論せねばならない。

同じような例として、2つの球が接触して静止しているような場合に、2つの球が軽く触れている程度なのか、何等かの効果で強く押し合っているのかは、球の加速度を測定することでは区別できないといった場合でもあてはまる。ニュートンの運動の第二法則によれば、そこに加速度がないのであるから、そこに力はないと結論しなければならない。

## 8.4 加速度ゼロの力

ニュートンの運動の第二法則によれば、加速度ゼロのとき力もゼロである結論される。もし、このことが事実なら、机とおもりの間に力はない。しかしながら、観測事実によればそこに力があると述べた。どのような法則によってこのようなことが言えるのか。

その法則は、フックの法則といわれるもので、

$$F = kx \quad (8.3)$$

ただし、 $k$ ; 変位の比例定数 (例えば、バネ定数)、 $x$ ; 変位

と書かれる。この法則は、物質 (例えば、バネのようなもの) の特性に依存して力の大きさを測るという実験法則的な法則であるが、実用上たいへん有用で、実際、力を測るときにニュートンの運動の第二法則が使われることはほとんどなく、加速度ゼロの、ニュートンの運動の第二法則で測れない力でも、この法則によれば測ることができるのである。

われわれはこのようにして、加速度ゼロの力を測っているのである。このようにして得られた力を質量×加速度に分割することは不可能なのであって、このことから、力というものは質量×加速度ではなく、力という、それ自身の量が存在していることがわかる。

ところで、この加速度ゼロの力と加速度ゼロでない力は同一の力であると見なしてよいのであろうか。どのような根拠があって、この2つの別々の特徴を示す力を同一の力であると考えることができるのだろうか。

問題は、いかにして加速度ゼロの力と加速度がゼロでない力を結びつけるかということであるが、このことが曖昧な認識のもとに行われてきたために、物理学者には力というものが理解できないのである。

## 8.5 力とエネルギー

物理学者は力とエネルギーの関係について、どのように認識しているのでしょうか。

ニュートンの運動の第二法則に立ち返れば、力とは運動量を変化させる効果であるとも解釈できる。運動量が変化したとすれば、そこにはエネルギーの変化がある。したがって、力とはエネルギーを変化させる効果であると述べることができる。

とりあえず、力とはエネルギーを変化させる効果であるということは、ニュートンの運動の第二法則から言えることであり、そう解釈することにしよう。ニュートンの運動の第二法則は、加速度ゼロの力には適用できないから、このような解釈を加速度ゼロの力に持ち込むことはできないものとも考えることもできる。実際、加速度ゼロの力にエネルギーが必要ないという現代物理学の認識は、ニュートンの運動の第二法則から得られる結論であるようにも思われる。

もし、そうであるならば（加速度ゼロの力にエネルギーが必要ないというならば）、加速度のある力と加速度ゼロの力は、別の種類の力であって、量的に比較することや、相互に関係づけることはできないものとせねばならない。なぜなら、加速度のある力はエネルギーを変化させるが、加速度ゼロの力はエネルギーを変化させないという違う特徴を示す効果であるからである。

もっと具体的に説明しよう。外力の一切ない空間に質量 $m$ の質点と見なせる物体が $x$ 軸に沿って初速度 $v_0$ で等速直線運動しているとする。この物体に時刻 $t=0$ において $x$ 軸の方向にある力 $F$ が作用し、その後、この力の大きさと方向が一定に保たれているとする。物体は外力の作用によって加速される。時刻 $t>0$ での運動は、ニュートンの運動の第二法則により、

$$F = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (8.4)$$

であらわされる。加速度 $\frac{d^2x}{dt^2}$ を時間 $t$ で積分したものは速度になり、

$$\int_0^t \frac{d^2x}{dt^2} dt = \int_0^t \frac{dx}{dt} = \int_0^t dv \quad (8.5)$$

である。時刻が $t=0$ のときの速度は $v_0$ で、時刻が $t$ のときの速度を $v$ とおけば、

$$\int_0^t dv = \int_{v_0}^v dv = v - v_0 \quad (8.6)$$

である。式(8.5)に式(8.4)を代入すると、

$$\int_0^t \frac{d^2x}{dt^2} dt = \int_0^t \frac{F}{m} dt = \frac{F}{m} t \quad (8.7)$$

である。式(8.5)、(8.6)、(8.7)より、

$$Ft = mv - mv_0 \quad (8.8)$$

となる。この式は力×時間＝運動量の差ということを表しており、右辺は別の言い方をすれば、エネルギーの変化を表す。したがって、式(8.8)の左辺は力と時間の積の形式による一つのエネルギーの表現である。 $Ft$ は $F$ を $t$ で積分したものと考えることができるが、このような量は力積と呼ばれ、

$$\text{力積} = \int_0^t F dt \quad (8.9)$$

と書かれる。

しばしば、力積とは力が非常に大きくて作用する時間が非常に短い場合にのみ定義されると言われるが、このような解釈は本質的ではない。力が非常に大きいとはどの程度大きいのか、時間が非常に

短いとはどの程度短いのか、という疑問に何ら答えることができな  
いだけでなく、定義により、力が小さくて、作用する時間が長い場  
合でも成り立つこともあるからである。このようないいかげんな物  
理学者による解釈は、「加速度ゼロの力にはエネルギーは必要ない  
はずだ」という思いこみから生じたものであると想像される。この  
場合で言えば、力積なる概念はニュートンの運動の第二法則から導  
かれるものであるから、加速度のある力についてのみ定義されるべ  
きものであると言うべきであろう。

しかしながら、本来、力積という量はニュートンの運動の第二法  
則から導かれるものではない。一般に力 $F$ という量と時間 $t$ のグラフ  
を書けば、図8.1のようになるが、このグラフと $t$ 軸との間を囲む面  
積 $E$ は、

$$E = \int_{t_1}^{t_2} F dt = [Ft]_{t_1}^{t_2} \quad (8.10)$$

と表すことができる。この場合の $F$ は、この力によって物体が加速  
されようと、されまいと関係なく、フックの法則などを用いれば測  
定することができ、ニュートンの運動の第二法則とは直接関係ない  
量である。



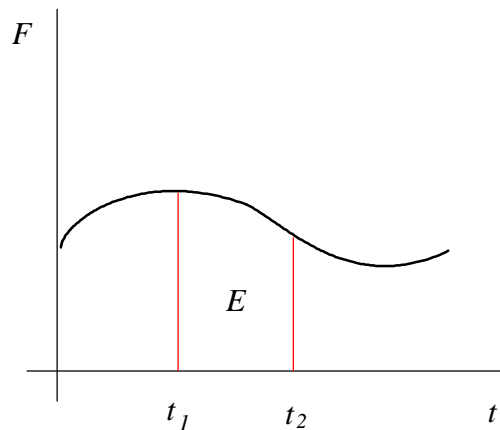


図8.1 力と時間のグラフ

式(8.8)に現れる $F$ は力と呼ばれる量であるが、現代の物理学者の解釈によれば、この力の時間積分の量は加速度のある力においてのみ成立し、加速度ゼロの力には成立しないということになる。すなわち、エネルギーを $E$ とおけば、

$$E = \int_0^t F_a dt \quad \text{ただし、} F_a; \text{ 加速度のある力} \quad (8.11)$$

$$E \neq \int_0^t F_0 dt = 0 \quad F_0; \text{ 加速度ゼロの力} \quad (8.12)$$

ということになる。

このようなことに対して、物理学者は、「現代物理学による力とは式(8.11)や式(8.12)で表されるべきものであると定義されているのであり、エネルギーや仕事という概念は日常使われるものと物理学で使われるものは違っているのである」と主張するかもしれない。しかし、式(8.12)は式(8.10)との対比でも明らかのように、この量はゼロではない。したがって、式(8.12)が成立すると認めることはできない。 $F_a$ と $F_0$ が同じ力であると認めるならば、現代物理学の修正が要求されるのである。

## 8.6 加速度ゼロの力と加速度ゼロでない力との関係

いかにして加速度ゼロの力と加速度ゼロでない力を結びつけるか。このことはニュートンの運動の第二、第三法則とフックの法則を用いれば、実験により比較的簡単に調べることができるだろう。例えば、物体を押すときバネばかりを用いて押せば、その力の大きさはわかる。物体が押しても動かないときでも、バネばかりの読みで力を加えていることは認識でき、その大きさを測定できる。このバネばかりを用いて得られた量を使えば、加速度ゼロのときの力と、加速度がゼロでないときの力を比較でき、もし、その量が同じであるならば、同じ力が加えられたと認識してもよいであろう。

このような認識は既に暗黙の内に行われていることであるが、加速度ゼロの力と加速度のある力との関係はニュートンの運動の法則から直ちに得られるというものではなく、フックの法則などが必要であり、決して自明のことではなかった。このことは、実験によりニュートンの運動の法則とフックの法則が結び付けられたものであり、一つの法則であろう。すなわち、

$$F_a \propto F_0 \quad (8.13)$$

$$F_a = F_0 \quad \text{ただし、相互の力の単位を適当にとる} \quad (8.14)$$

と表現される。

力という面だけを考えると、式(8.13)は実験により成立するだろう。しかし、エネルギーという面を考えると、式(8.12)がゼロでないということは明らかであるが、この量をエネルギーと見なしてよいのか、まだ明らかにされたわけではない。物理学者の言うように加速度ゼロの力にはエネルギーは必要ないかもしれない。次にこの点について考えることにしよう。

## 8.7 物体が動いていないときに加えられる力に対してエネルギーは必要ないか

加速度ゼロの力を加えるにはエネルギーが必要ないのか。この疑問を解決するため次のような問題を提起することにしよう。

【問題】 質量 $m$ の物体を $g$ の重力加速度のある場所で、 $t$ 秒間静止させておくのに必要なエネルギーは、重力のないところで、質量 $m$ の物体を $g$ の加速度で $t$ 秒間加速させ続けるのに必要なエネルギーに等しいか？

現代物理学の立場では、この問題の答は等しくないということになる。静止させておくのにエネルギーは必要ないという立場であるからである。

さて、この問題の答が等しいということを証明してみよう。

### 【基本的な前提】

等価原理という考えをわれわれは認めることにしよう。この考えは、無重力空間に浮かぶエレベータを地球上の重力加速度である $g$ の加速度で引っ張り続けるならば、エレベータの中の環境はちょうど地球上での重力場のような環境と同等とみなすことができるということである。

話は少しそれるが、ここで等価原理について述べておくことにしよう。等価原理というものはアインシュタインの相対性理論において重要な役割を果たすものであると考えられているが、この考えと相対的ということは根本的に矛盾するのである。エレベータを引っ張るとそのエレベータの中には重力場があるかのように観測されることを等価原理は述べるが、このエレベータを引っ張る加速度というものは、何を基準にした加速度なのであろうか。例えば、地球上

で静止しているエレベータの中にいる観測者 $P$ をエレベータの外にいる観測者 $Q$ が見ており、 $Q$ は加速度 $a$ で横に走ったとする。 $Q$ から見れば、 $P$ には $a$ の相対加速度が働いているように観測される。このとき、 $P$ は横に加速度 $a$ で押されるだろうか。実験によれば、 $P$ には何の力も働かない(地球の重力は無視している)。しかし、 $Q$ から見れば、 $P$ には $a$ の相対加速度が働いている。すべての運動が相対的な概念であるというのであれば、この相対加速度とエレベータが実際に引かれたときのエレベータ内部の加速度をどうやって区別できるのだろうか。この方法はまったくないのである。

読者の方はもうお気づきのことであろう。ここで述べたことは、われわれが第2章で発見した慣性加速度の概念と同じことである。等価原理というのは相対的ということ肯定するものではなく、絶対的ということ肯定するものだったのである。アインシュタインは自らの理論を否定する原理を発見して、自らの理論に導入した。墓穴を掘ったということである。

等価原理と慣性加速度の概念は同じことであるから、エレベータを引っ張る加速度は慣性加速度でなければならない。

### 【証明】

無重力空間に質量 $M$ のエレベータが存在しているものとする。このエレベータに対して固定した座標系を $S'$ とし、エレベータは別の座標 $S$ に対して $g$ の加速度で、直線上を等加速度運動しているとする。(正しくは、この加速度は慣性加速度でなければならない。)エレベータの内部には質量 $m$ の物体があり、この物体は $S'$ に対して相対速度ゼロ、すなわち、エレベータに対して静止しているものとする。このとき、 $S'$ から見て、この物体は地球上で静止している場合と等価である(等価原理より)。

$S$ から見た運動方程式は、

$$F_1 = (M + m)g \quad (8.15)$$

であるから、 $t$ 秒間に必要なエネルギーは、式(8.11)より、

$$E_1 = \int_0^t F_1 dt = \int_0^t (M + m)g dt \quad (8.16)$$

である。

次にエレベータ内部の物体を取り除いて同じことを行う。このとき $S$ から見た運動方程式は、

$$F_2 = Mg \quad (8.17)$$

エネルギーは、

$$E_2 = \int_0^t F_2 dt = \int_0^t Mg dt \quad (8.18)$$

である。 $S'$ から見て、式(8.16)の現象においては、この物体を静止させていたものであるのに対し、式(8.18)の現象においては、物体を静止させていなかったものである。したがって、式(8.16) - 式(8.18)は物体を静止させておくのに必要なエネルギーである。すなわち、このエネルギーは、

$$E_1 - E_2 = \int_0^t mg dt \quad (8.19)$$

となる。一方、重力のないところで、質量 $m$ の物体を $g$ の慣性加速度で $t$ 秒間加速させ続けるのに必要なエネルギーは式(8.11)より、

$$E_3 = \int_0^t mg dt \quad (8.20)$$

である。式(8.19)と式(8.20)は等しい。したがって、

「質量 $m$ の物体を $g$ の重力加速度のある場所で、 $t$ 秒間静止させておくのに必要なエネルギーは、重力のないところで、質量 $m$ の物体を $g$ の加速度（正しくは慣性加速度）で $t$ 秒間加速させつづけるのに必要なエネルギーに等しい」

「物体に力を加えることによって、物体に何等かの変化が起こる」ということに疑いはないと思う。「物体に変化を起こすにはエネルギーが必要である」ということも認められるであろう。すなわち、「力を加えるにはエネルギーが必要である」という結論をほとんど避けるわけにはいかない。机の上に置かれた物体と机の間に力が存在するならば、そこにはエネルギーが必要であると考えられるのである。

## 8.8 風のアナロジー

われわれの考えは物体に力を加えるには、その物体が加速度を持つことになろうとなるまいと、エネルギーが必要であるということである。このことを空気の流れである風を用いてさらに考えよう。

一定の方向と強さを持った風の場合があるとす。この風の場合の中に、ほとんど空気の流れを妨げないようなネットを張っておく。風の強い場所にこのようなネットを張っておけば、風に流されてきた物体がこのネットに張り付いているのを観察することができるだろう。この物体をネットに張り付けておくには、風の力が必要である。風の力とは空気の粒子の持つ運動エネルギーによるもので、空気の粒子が物体に衝突し、空気の粒子の運動エネルギーが物体に移ることによって、物体はネットに張り付けられているのである。このとき、空気の粒子の運動エネルギーは失われることになるから、

全体の風の場のエネルギーも減少することになる。この減少したエネルギーが、物体に加えられたことになるわけであるが、物体は張り付いているのだから、巨視的に見れば、静止している。物体は静止しているのだから、物体の運動エネルギーの変化や風の場における位置エネルギーの変化もない。物体に力が加えられても、その物体が動かなければエネルギーは必要ないとすれば、風の場のエネルギーが減少することを説明することができない。すなわち、この場合エネルギー保存の法則は成り立たないことになる。物理学者は、エネルギー保存の法則が成り立たないといったことを認めるのは我慢できないだろうから、風の場のエネルギーは静止している物体の内部的な弾性エネルギーや熱エネルギーに換わったのだと説明するだろう。しかし、このようなことを認めると、今度は逆に、物体に力が加えられた場合、その物体が巨視的に動こうと動くまいとエネルギーが必要であると認めることになるのである。このことは重力場内で物体を手で持って支えるのにエネルギーは必要ないと主張することはできなくなることを意味するのである。

## 8.9 力の合成

2つ以上の力の合力は、重ね合わせの原理が適用でき、それぞれの力をベクトル的に加え合わせればよいと考えられている。すなわち、

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \dots + \mathbf{F}_n \quad (8.21)$$

と表現される。この考えを用いて、2つの反対方向の同じ力の合力を求めれば、

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_1 = 0$$

となり、合力はゼロになる。この考えは二人の相撲取りA,Bが同じ力で土俵中央で押し合うとき、その二人の力士は動かないから、力士の加速度はゼロであり、その合力はゼロであるということになる。この考えは間違っていないが、力の認識という点では、これだけでは不十分である。例えば、力×変位が仕事であるとするれば、二人の力士は動かないから二人のした仕事はゼロであることになり、二人の力士はまったく何の仕事もしていない、手抜きをしたということになり、二人の努力は報われない。

力士Aが $F_1$ の力を出し、力士Bが $-F_1$ の力を出したとすれば、それぞれの力士の出した力の量は、

$$\begin{aligned}\text{力士Aの力の量} &= |F_1| \\ \text{力士Bの力の量} &= |-F_1|\end{aligned}$$

ということである。したがって、二人の力士A,Bの出した力の総量は、この2つの量を加えればよく、

$$\text{力士A,Bの力の総量} = |F_1| + |-F_1| = |2F_1|$$

となる。一般的に書けば、

$$|F| = |F_1| + |F_2| + |F_3| + \dots + |F_n| \quad (8.22)$$

である。

A,B二人の力士が $t$ 秒間この力を出し続けたとすれば、その力積はエネルギーを表すから、二人の出したエネルギーは、

$$E = |2F_1|t = 2F_1t$$

である。これで二人の力士は怠けていなかったことが証明された。



第5章の運動量保存でも述べたように、ベクトルで表される量というものは、方向を考慮したものと、その大きさを考慮したものの両方を考える必要がある。ベクトルで表される力の量の合力がゼロになっても、大きさで表される力の量の合力は、ゼロになるわけではない。

式(8.21)と式(8.22)の両方の形式で力を表現することによって、力が物体に加えられているのに物体が動かない場合と、物体に全然力を加えていない場合の区別を数理的に表現できるのである。

